Examen de Estadística

Problema 1 En una cadena de producción de automóviles, se ha detectado que, cada noventa coches producidos uno sale con problemas de pintura. En la dirección de la empresa se preguntan si deben de cambiar la cadena de montaje, o si es preferible atender las reclamaciones. Se hacen las siguientes preguntas:

1. Si la producción es de 1000 coches diarios, calcular la probabilidad de que se salgan más de 10 con problemas.
2. Si la producción es de 1000 coches diarios, calcular la probabilidad de que se salgan entre 7 y 10 con problemas.
3. Si se aumentara la producción a 1500 coches, calcular las dos probabilidades anteriores.
4. En ambos casos, calcular el número de coches con ese problema que, presumiblemente, se fabricarán.

Solución

1.

$$p = \frac{1}{90} = 0,111, \;\; q = 1 - p = 0,988, \;\; n = 1000$$

$$\mu = np = 1000 \cdot 0,111 = 11,11; \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 3,315 \Longrightarrow$$

$$N(11,11; 3,315)$$

$$P(X > 10) = P\left(Z > \frac{10,5 - 11,11}{3,315}\right) = 1 - P(Z < -0,18) = 0,5714$$

2.

$$P(7 < X < 10) = P\left(\frac{7,5 - 11,11}{3,315} < Z < \frac{9,5 - 111,11}{3,315}\right) =$$

$$P\left(-1,09 < Z < -0,49\right) = P(Z < -0,49) - P(Z < -1,09) =$$

$$= 1 - P(Z < -0,49) - [1 - P(Z < 1,09)] = 0,1742$$

3.

$$p = \frac{1}{90} = 0,11, \;\; q = 1 - p = 0,98, \;\; n = 1500$$

$$\mu = np = 16,66, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 4,06 \Longrightarrow$$

$$N(16,66; 4,06)$$

$$P(X > 10) = P\left(Z > \frac{10,5 - 16,66}{4,06}\right) = P(Z > -1,52) =$$

$$= P(Z < 1,52) = 0,9357$$

4.

$$P(7 < X < 10) = P\left(\frac{7,5-16,66}{4,06} Z < \frac{10,5-16,66}{4,06}\right) =$$

$$P\left(-2,26 < Z < -1,76\right) = P(Z < -1,76) - P(Z < -2,76) =$$

$$= P(Z < 2,76) - P(Z < 1,76) = 0,0273$$

5. Si $n = 10000$ entonces $E[X] = np = 11,11$.

   Si $n = 15000$ entonces $E[X] = np = 16,66$.

Problema 2 La cantidad de clientes, que atiende una dependienta del Corte Inglés en una hora, sigue una normal de media 5 y desviación típica de 2, se pide:

1. Calcular la probabilidad de que atienda a más de 6 clientes en una hora.
2. Probabilidad de que atienda entre 4 y 6 clientes.
3. Si esta trabajadora a trabajado una jornada de ocho horas, y cinco días esa semana, calcular el número de clientes, que presumiblemente habrá atendido esa semana.

Solución:

1.

$$P(X > 6) = P\left(Z > \frac{6-5}{2}\right) = P(Z > 0,5) = 1 - P(Z < 0,5) = 0,3085$$

2.

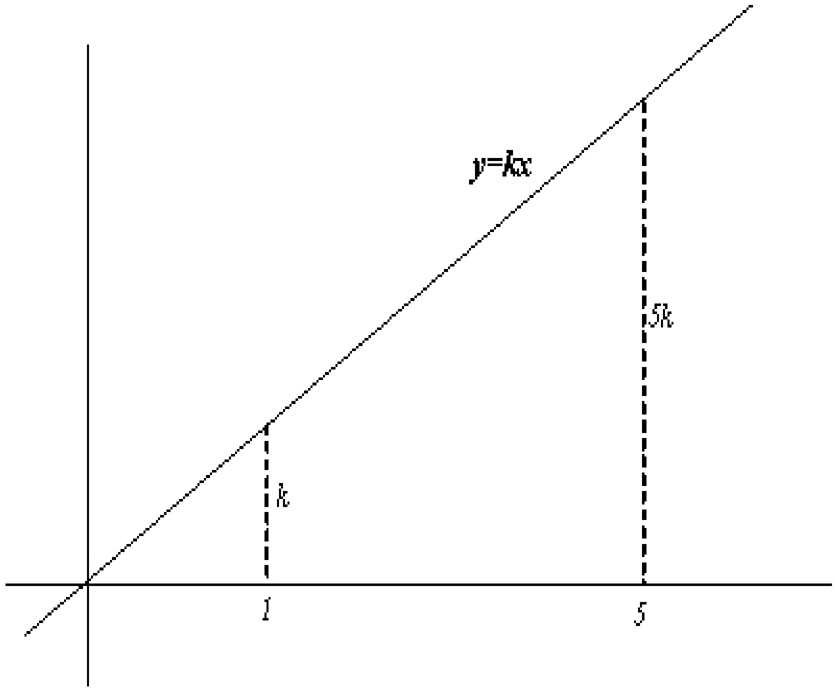
$$P(4 < X < 6) = P(-0,5 < Z < 0,5) = 2P(Z < 0,5) - 1 = 0,383$$

3. Atenderá a 200 clientes.

Problema 3 Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si} \quad x \in [1,5] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [1,5] \end{cases}$$

1. Calcular k de manera que $f(x)$ sea una función de densidad.
2. Calcular $P(X > 4)$.
3. Calcular $P(-2 < X < 3)$.
4. Calcular $P(X < 2)$.



5. Calcular la función de distribución asociada a esta función.

Solución:

1. $S_5 - S_1 = 1 \Longrightarrow \dfrac{25k}{2} - \dfrac{k}{2} = 1 \Longrightarrow k = \dfrac{1}{12}$

2. $P(X > 4) = P(4 < X < 5) = \dfrac{25/12}{2} - \dfrac{16/12}{2} = 0,375$

3. $P(-2 < X < 3) = P(1 < X < 3) = \dfrac{9/12}{2} - \dfrac{1/12}{2} = 0,333$

4. $P(X < 2) = P(1 < X < 2) = \dfrac{4/12}{2} - \dfrac{1/12}{2} = 0,125$

5. $P(1 < X < x) = \dfrac{x^2}{24} - \dfrac{1}{24} = \dfrac{x^2-1}{24}$

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 1 \\ \dfrac{x^2-1}{24} & \text{si} \quad 1 \leq x \leq 5 \\ 1 & \text{si} \quad x > 5 \end{cases}$$