

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Marzo 2005

---

---

**Problema 1** Calcular las siguientes derivadas:

a)  $y = \arctan(x^2 - 1)$    b)  $y = e^x(\cos x - 1)$    c)  $y = \ln\left(\frac{\sin x}{x^2 + 1}\right)$

d)  $y = e^{\sin x - 1}$    e)  $y = \sqrt{x^2 - 1}$

**Solución:**

a)  $y' = \frac{2x}{1 + (x^2 - 1)^2}$

b)  $y' = e^x(\cos x - 1) - e^x \sin x$

c)  $y' = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{2x}{x^2 + 1}$

d)  $y' = \cos x e^{\sin x - 1}$

e)  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

**Problema 2** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3}{x^3 - 2x^2 - 4x + 3}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x - 4}$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3}{x^3 - 2x^2 - 4x + 3} = 2$

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x - 4} = \frac{4}{3}$

**Problema 3** Calcular la recta tangente y normal a la función

$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 3}$  en el punto  $x = 2$ .

**Solución:**

$$a = 2, \quad b = f(2) = 1, \quad y - b = m(x - a)$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 4}{(x + 3)^2} \implies m = f'(2) = \frac{4}{5}$$

La recta tangente es  $y - 1 = \frac{4}{5}(x - 2)$ .

La recta normal es  $y - 1 = -\frac{5}{4}(x - 2)$ .

**Problema 4** Dada la función  $f(x) = \frac{2x^2}{x - 1}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Representación gráfica aproximada.

**Solución:**

1.  $Dom f = R - \{1\}$
2. Con el eje  $OY : x = 0 \implies (0, 0)$

Con el eje  $OX : f(x) = 0 \implies (0, 0)$ .

- 3.

$$f(-x) = \frac{2x^2}{-x - 1}$$

Luego ni es par ni es impar.

4. **• Verticales:**  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

- Horizontales:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

Luego no hay

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 - x} = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2}{x-3} - 2x \right) = 2$$

$$y = 2x + 2$$

5.

