

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2004

Problema 1 (3 puntos) Sabiendo que $\csc \alpha = 2$ y que α pertenece al segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

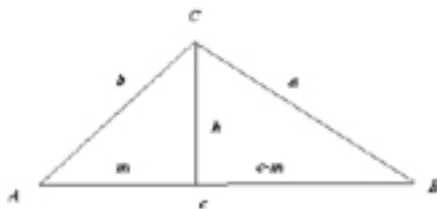
Solución:

$$\csc \alpha = 2 \implies \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \cos^2 \alpha = 1 \implies \cos^2 \alpha = \frac{3}{4} \implies \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sec \alpha = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \cot \alpha = -\sqrt{3}$$

Problema 2 (3 puntos) Dado el triángulo



1. Resolverlo sabiendo que $a = 4$, $b = 6$ y $C = 30^\circ$, calcular también su área.
2. Demostrar el teorema del seno.

Solución

1.

$$c^2 = 16 + 36 - 48 \frac{\sqrt{3}}{2} = 10,43 \implies c = 3,23$$

$$\frac{4}{\sin A} = \frac{3,23}{1/2} \implies \sin A = 0,619 \implies A = 38^\circ 15' 43''$$

$$B = 180^\circ - (A + C) = 111^\circ 44' 17''$$

$$p = \frac{4 + 6 + 3,23}{2} = 6,615 \implies$$

$$S = \sqrt{6,615(6,615 - 4)(6,615 - 6)(6,615 - 3,23)} = 6$$

2. Ver teoría

Problema 3 (2 puntos) Resolver la ecuación trigonométrica siguiente:

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

Solución:

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1 \implies \cos 2x = 1 \implies \begin{cases} 2x = 2\pi \\ 2x = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \pi \\ x = 0 \end{cases}$$

Las soluciones serían: $x = \pi + 2k\pi$ y $x = 0 + 2k\pi$

Problema 4 (2 puntos) Resolver los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+x}{x^2+1} \right)^{x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{2x^2+1} \right)^{x^2-1}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^7+3x-1}{x^6-2x^5+3}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x = [1^\infty] = e^\lambda = e^{-2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{x-1}{x+1} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+1} = -2$$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^3+x}{x^3+1} \right)^{x^2} = 7^\infty = \infty$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3+x-1}{5x^3+1} \right)^{x^2-1} = \left(\frac{3}{5} \right)^\infty = 0$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7+2x^2+1}{x^4-2x^3+3} = \infty$