Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2004

Problema 1 *(2 puntos)*Sabiendo que $\csc\alpha = 3$ y que α pertenece al segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\csc\alpha = 3 \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{9} + \cos^2\alpha = 1 \Longrightarrow \cos^2\alpha = \frac{8}{9} \Longrightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{8}}{3}, \quad \sec\alpha = -\frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{8}}, \quad \cot\alpha = -\sqrt{8}$$

Problema 2 *(2 puntos)*Simplificar:

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right)$$

Solución:

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\frac{5\pi}{2}\cos\alpha - \cos\frac{5\pi}{2}\sin\alpha = \cos\alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha\cos\frac{\pi}{2} + \sin\alpha\sin\frac{\pi}{2} = \sin\alpha$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\frac{7\pi}{2}\cos\alpha + \cos\frac{7\pi}{2}\sin\alpha = -\cos\alpha$$

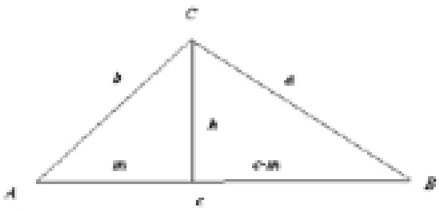
$$\cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\frac{11\pi}{2}\cos\alpha - \sin\frac{11\pi}{2}\sin\alpha = \sin\alpha$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) = 2\sin\alpha$$

Problema 3 *(2 puntos)*Dado el triángulo

1. Resolverlo sabiendo que $a = 3$, $b = 5$ y $C = 30^{\circ}$, calcular también su área.
2. Demostrar el teorema del seno.

Solución



1.
$$c^2 = 9 + 25 - 30\frac{\sqrt{3}}{2} = 8,02 \Longrightarrow c = 2,83$$
$$\frac{3}{\sin A} = \frac{2,83}{1/2} \Longrightarrow \sin A = 0,529 \Longrightarrow A = 31^{\circ}59'5''$$
$$B = 180^{\circ} - (A + C) = 118^{\circ}0'55''$$
$$p = \frac{3 + 5 + 2,83}{2} = 5,415 \Longrightarrow$$
$$S = \sqrt{5,415(5,415-3)(5,415-5)(5,415-2,83)} = 3,74$$

2. Ver teoría

Problema 4 *(2 puntos)*Resolver la ecuación trigonométrica siguiente:
$$\sin 2x = 2\cos x$$

Solución:

$$2\sin x\cos x - 2\cos x = 0 \Longrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) = 0 \Longrightarrow \cos x = 0,\ \ \sin x = 1$$

Luego:
$$\cos x = 0 \Longrightarrow x = \frac{\pi}{2},\ \ x = \frac{3\pi}{2}$$
$$\sin x = 1 \Longrightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

La solución sería:
$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

Problema 5 *(2 puntos)*Resolver los siguientes límites:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+x-1}{x^2+1}\right)^{2x}$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{2x^2 + x}{x^2 + 1} \right)^{x^2}$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 - 1}{2x^2 + 1} \right)^{x^2 - 1}$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{-x^7 + 3x - 1}{x^6 - 2x^5 + 3}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{2x} = [1^\infty] = e^\lambda = e^2$

   $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} 2x \left(\dfrac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} - 1 \right) = \lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{2x^2 - 4x}{x^2 + 1} = 2$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{2x^2 + x}{x^2 + 1} \right)^{x^2} = 2^\infty = \infty$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 - 1}{2x^2 + 1} \right)^{x^2 - 1} = \left(\dfrac{1}{2} \right)^\infty = 0$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{-x^7 + 3x - 1}{x^6 - 2x^5 + 3} = -\infty$