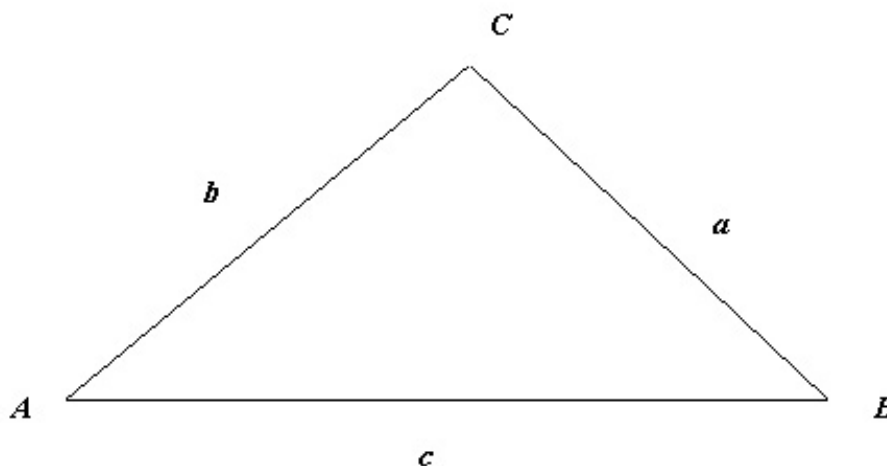


Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2003

Tienes que elegir entre los problemas 5 y 6 uno de ellos.

Problema 1 (2 puntos) De un triángulo sólo se conocen sus lados, $a = 3$, $b = 8$ y $c = 10$. Se pide calcular sus ángulos y su área.



Solución:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \implies 9 = 64 + 100 - 160 \cos A \implies$$

$$\cos A = \frac{155}{160} = 0,96875 \implies A = 14^\circ 21' 41,44''$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \implies 64 = 9 + 100 - 60 \cos B \implies$$

$$\cos B = \frac{45}{60} = 0,75 \implies B = 41^\circ 24' 34,64''$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \implies 100 = 9 + 64 - 48 \cos C \implies$$

$$\cos C = -\frac{27}{48} = -0,5625 \implies C = 124^\circ 13' 43,9''$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10,5 \cdot 7,5 \cdot 2,5 \cdot 0,5} = 9,921567416 u^2$$

Problema 2 (2 puntos) Resolver la ecuación logarítmica siguiente:

$$\cos 2x - \sin^2 x = 0$$

Solución:

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x = 0 \implies (1 - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x = 0 \implies 1 - 3 \sin^2 x = 0 \implies$$

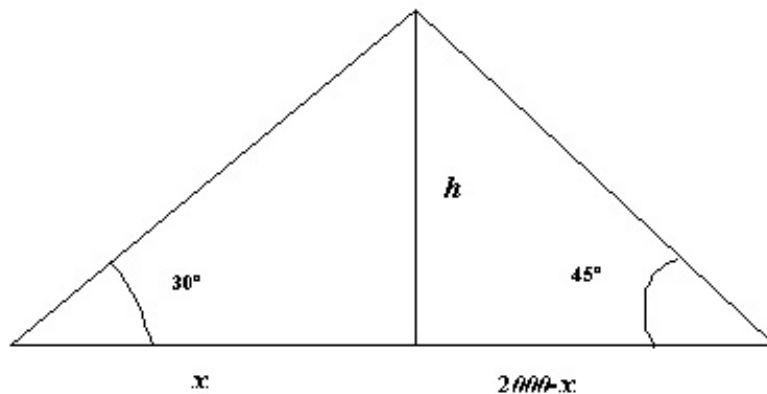
$$\sin^2 x = \frac{1}{3} \implies \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} = \pm 0,5773502691$$

$$\sin x = +0,5773502691 \implies \begin{cases} x = 35^\circ 15' 52'' \\ x = 180^\circ - 35^\circ 15' 52'' = 144^\circ 44' 8'' \end{cases}$$

$$\sin x = -0,5773502691 \implies \begin{cases} x = 360^\circ - 35^\circ 15' 52'' = 324^\circ 44' 8'' \\ x = 180^\circ + 35^\circ 15' 52'' = 215^\circ 15' 52'' \end{cases}$$

Problema 3 (2 puntos) Dos personas separadas por una llanura de 2Km, observan un globo aerostático con ángulos de 30° y 45° respectivamente. Hallar la altura a la que vuela dicho artefacto.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 30^\circ = \frac{h}{x} \\ \tan 45^\circ = \frac{h}{2000 - x} \end{cases} \implies \begin{cases} h = 732,0508074m \\ x = 1267,949192m \end{cases}$$

La solución pedida es que el globo vuela a una altura de 732,0508074m.

Problema 4 (2 puntos) Hallar las razones trigonométricas de α sabiendo que $\sec \alpha = 3$ y $\alpha \in 4^\circ$ Cuadrante.

Solución:

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = 3 \implies \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \implies \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\tan \alpha = -2\sqrt{2}$$

$$\cot \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Problema 5 (2 puntos) Demuestra que

$$\frac{\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}$$

Solución:

$$\frac{\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x}{\sin 2x} = \frac{(\sin x \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x)}{2 \sin x \cos x} = \frac{1}{2}$$

Problema 6 (2 puntos) Enunciar y demostrar el teorema del coseno