

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2002

Problema 1 (2 puntos) Descompón cada polinomio como producto de factores de grado uno:

1. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$

2. $Q(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$

3. $H(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 9$

Solución:

1. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = x(x+3)(x-2)(x+1)$

2. $Q(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5 = (x-5)(x-1)(x+1)$

3. $H(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = (x-3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

Problema 2 (2 puntos) Resolver por el método de Gauss:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + 2y - z = 0 \\ 3x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + 2y - z = 0 \\ 3x - 3y + z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} (E_2 - 2E_1) \\ (E_3 - 3E_1) \end{matrix}} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 6y - 3z = -2 \\ 3y - 2z = -1 \end{cases} \xrightarrow{(2E_3 - E_2)}$$

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 6y - 3z = -2 \\ - z = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 3 (3 puntos) Hallar las soluciones reales de:

1.

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{x} = 3$$

2.

$$\lg(x^2 + 2699) = 2 + \lg(x + 2)$$

Solución:

1.

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + \sqrt{x} = 3 &\implies \sqrt{x+6} = 3 - \sqrt{x} \implies (\sqrt{x+6})^2 = (3 - \sqrt{x})^2 \implies \\ x + 6 = 9 + x - 6\sqrt{x} &\implies -3 = -6\sqrt{x} \implies \frac{1}{2} = \sqrt{x} \implies x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \lg(x^2 + 2699) = 2 + \lg(x+2) &\implies \lg(x^2 + 2699) = \lg 100 + \lg(x+2) \implies \\ \lg(x^2 + 2699) = \lg 100(x+2) &\implies (x^2 + 2699) = 100(x+2) \implies \\ x^2 - 100x + 2499 = 0 &\implies \begin{cases} x = 51 \\ x = 49 \end{cases} \end{aligned}$$

Problema 4 (3 puntos) Resolver las inecuaciones siguientes:

1.

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 3} < 0$$

2.

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 5} \geq 0$$

Solución:

1.

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 3} = \frac{(x+2)(x+1)}{(x-3)} < 0$$

| | $(-\infty, -2)$ | $(-2, -1)$ | $(-1, 3)$ | $(3, +\infty)$ |
|--------------------------|-----------------|------------|-----------|----------------|
| $x + 2$ | - | + | + | + |
| $x + 1$ | - | - | + | + |
| $x - 3$ | - | - | - | + |
| $\frac{(x+2)(x+1)}{x-3}$ | - | + | - | + |

La solución pedida sería:

$$(-\infty, -2) \cup (-1, 3)$$

2.

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 5} = \frac{(x+3)(x-1)}{x-5} \geq 0$$

| | $(-\infty, -3)$ | $(-3, 1)$ | $(1, 5)$ | $(5, +\infty)$ |
|--------------------------|-----------------|-----------|----------|----------------|
| $x + 3$ | - | + | + | + |
| $x - 1$ | - | - | + | + |
| $x - 5$ | - | - | - | + |
| $\frac{(x+3)(x-1)}{x-5}$ | - | + | - | + |

La solución pedida sería:

$$[-3, 1] \cup (5, +\infty]$$